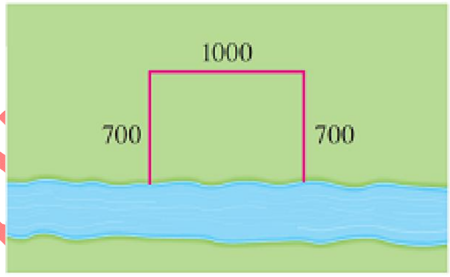
بهینه سازی مسئله بیشترین مساحت با حل تشریحی و عددی:

خود مسئله به شرح زیر است:

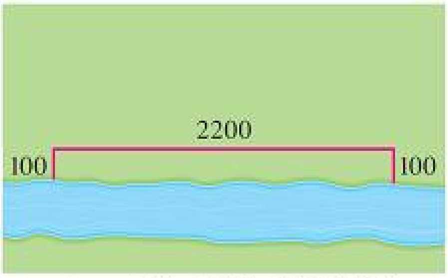
یک کشاورز می خواهد منطقه محصور بین رودخانه و زمین خود (۲۴۰۰ ft) را حصارکشی کند به این صورت که یک میدان مستطیل شکل به صورت شکل زیر تشکیل دهد که بیشترین مساحت را داشته باشد. نیازی به این نیست که در امتداد رودخانه حصاری واقع باشد. ما می خواهیم ابعاد میدان مستطیلی شکل را چنان تعیین کنیم که مساحت بیشینه حاصل شود.

حل مسئله:

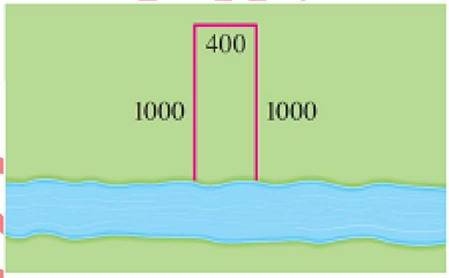
می توانیم فرض کنیم یکی از حالات زیر مورد نظر مسئله ما باشد:



Area = 700 · 1000 = 700,000 ft²

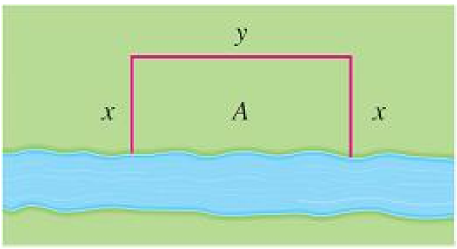


Area = 100 · 2200 = 220,000 ft²



Area = 1000 · 400 = 400,000 ft²

و حالات مفروض دیگر، که حالت کلی به صورت شکل زیر خواهد بود:



پس ما قرار است مساحت A را بیشینه کنیم تحت این شرط که : $2x + y = 2400$

پس مدل سازی مسئله که اولین مرحله از حل مسائل بهینه سازی می باشد خواهد بود:

$$\text{Maximize: } A = xy$$
$$\text{Constraint: } 2x + y = 2400$$

که حل تشریحی بدین صورت است که با به دست آوردن y از معادله دوم و جایگزین کردن آن در معادله اول خواهیم داشت:

$$2x + y = 2400 \quad \Longrightarrow \quad y = 2400 - 2x \quad \Longrightarrow \quad A = xy = x(2400 - 2x) = 2400x - 2x^2$$

حال با مشتق گرفتن نسبت به x خواهیم داشت:

$$A'(x) = (2400x - 2x^2)' = 2400x' - 2(x^2)' = 2400 \cdot 1 - 2 \cdot 2x = 2400 - 4x$$

البته باید توجه داشت که $y > 0$ که این نتیجه می دهد که $0 < x < 1200$ باشد.

حال با مساوی صفر قراردادن مشتق خواهیم داشت:

$$2400 - 4x = 0 \quad \Longrightarrow \quad 2400 = 4x \quad \Longrightarrow \quad x = \frac{2400}{4} = 600$$

و y نیز می شود: $y = 1200$

و در نهایت مساحت ماکزیمم =

$$A(600) = 2400 \cdot 600 - 2 \cdot 600^2 = 720,000,$$

پس بیشترین مساحت ۷۲۰ هزار فوت مربع می باشد.

حل عددی با متلب:

ام فایل تابع هدف :

```
function[L]=index_farmer(x)
L=-x(1)*x(2);
End
```

و ام فایل اصلی برنامه خواهد بود:

```
clc;clear all
Aeq=[2 1];
```

```
beq=2400;
x0=[0;0];
[x,jmin]=fmincon(@index_farmer,x0,[],[],Aeq,beq,[],[])
```

که با اجرای آن نتیجه زیر به دست می آید:

Warning: Trust-region-reflective algorithm does not solve this type of problem, using active-set algorithm. You could also try the interior-point or sqp algorithms: set the

Algorithm option to 'interior-point' or 'sqp' and rerun. For more help, see .Choosing the Algorithm in the documentation

In fmincon at 472 <

In farmer at 7

.Local minimum found that satisfies the constraints

Optimization completed because the objective function is non-decreasing in

,feasible directions, to within the default value of the function tolerance

and constraints were satisfied to within the default value of the constraint .tolerance

<stopping criteria details>

= x

۱.۰e+003 *

۰.۶۰۰۰

۱.۲۰۰۰

jmin =

-e+005۷.۲۰۰۰